

Erste Woche, 30. März, Copyright © 2009 by Gerhard Oberressl

0.1 Das Jahr der Astronomie 2009

2009 feiert die Welt das *Jahr der Astronomie*. Vor genau 400 Jahren begann *Galileo Galilei*¹ für seine Beobachtungen der Bewegungen der Himmelskörper ein Fernrohr zu verwenden. Ebenfalls 1609 veröffentlichte *Johannes Kepler*² sein Werk *Astronomia Nova*, in dem die zwei ersten Gesetze der Planetenbewegung hergeleitet und formuliert werden. Zehn Jahre später veröffentlichte er in Linz *Harmonices Mundi*, in dem das dritte Gesetz formuliert wird.

Ein Hauptereignis im *Jahr der Astronomie* ist die Entsendung der *Raumsonde Kepler* durch die NASA. Die Sonde wird unsere Sonne umkreisen und dabei immer auf das Sternbild Schwan (Cygnus) gerichtet sein, um nach Erd-ähnliche Planeten von Sonnen-ähnlichen Sternen zu suchen. Am 2. April 2009, 14:00 UTC war Kepler bereits 2.623.000 km von der Erde entfernt, 6,82 mal die Entfernung zum Mond. Am Dienstag den 7. April abends soll der Weltraumstaub-Schutzschild entfernt werden. Alle Fragen zur *Kepler Mission* werden hier beantwortet: <http://kepler.nasa.gov/about/faq.html> bzw. hier: <http://kepler.nasa.gov/media/KEPLER.SWF>

Sollte eine andere Zivilisation auch nach intelligenten Wesen suchen und uns vielleicht sogar schon in's Auge gefasst haben, dann denken die dabei sicher nicht an Wesen wie Banker, Börsespekulanten und „clevere“ Kleingäuner, sondern eher an Leute vom Schlage derer, die sich um die Erforschung des Weltalls verdient gemacht haben.

0.2 Ein kurzer Rückblick

0.2.1 Das Ptolemäische Weltbild

*Claudius Ptolemäus*³ begründete basierend auf dem Wissenstand seiner Zeit ein Welt-system, in welchem die Erde fix ist und von der Sonne, dem Mond und den Planeten umkreist wird. (Siehe Abb. 0.1).

0.2.2 Das Kopernikanische Weltbild

*Nikolaus Kopernikus*⁴ begründete das heliozentrische Weltsystem, in welchem die Planeten um die Sonne ihre Kreise ziehen.

0.2.3 Die Kreise sind Ellipsen

Johannes Kepler konnte die Planetenbahnen als Ellipsen entlarven. (Siehe Abb. 0.2). Dabei konnte er auf die genauen Aufzeichnungen der Marsbewegung zurückgreifen, die

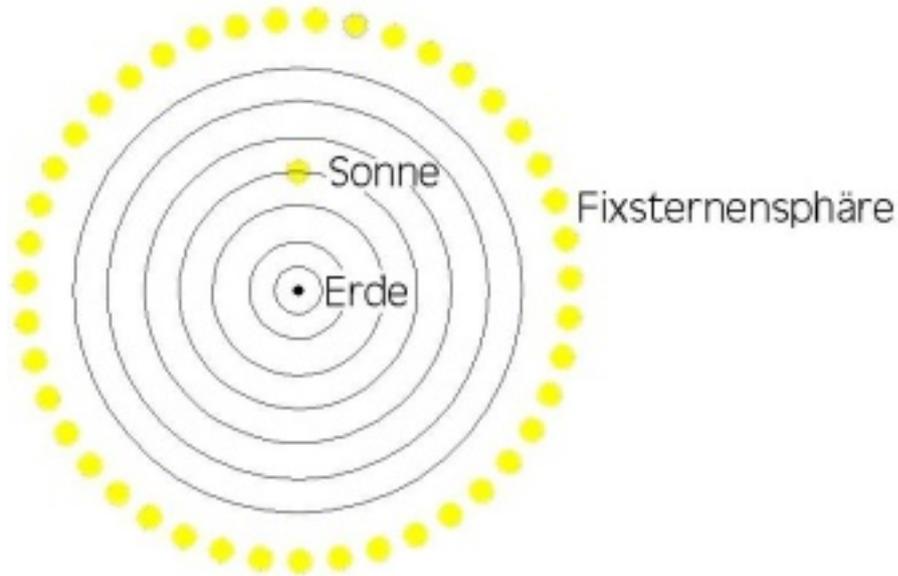
¹1564 - 1642

²1571 - 1630

³100 - 160 n. Chr.

⁴1473 - 1543

Abbildung 0.1: Das Ptolemäische Weltsystem



*Tycho Brahe*⁵ gemacht hatte. Kepler begründete und veröffentlichte seine drei Naturgesetze über die Planetenbewegungen in den oben genannten Werken. Die Gesetze lauten:

1. Die Umlaufbahn jedes Planeten ist eine Ellipse, bei der das Zentrum der Sonne mit einem der beiden Brennpunkte zusammenfällt.
2. Der Radiusvektor bestreicht in gleichen Zeiteinheiten gleiche Flächen.
3. Sei d die durchschnittliche Entfernung eines Planeten von der Sonne, sei t die Umlaufzeit des Planeten um die Sonne, dann gilt $d^3/t^2 = \textit{konstant}$.

(Wegen 2. ist die Geschwindigkeit eines Planeten in Sonnennähe am größten. Online ansehen hier: <http://kepler.nasa.gov/media/KEPLER.SWF>).

0.2.4 Was sind die Ursachen

Was man zu Kepler's Zeit immer noch nicht wusste war, was die Planeten auf ihrer Bahn hält. Sie sind vergleichbar mit einem Stein an einem Faden, den man im Kreis herumschwirren lässt. Löst sich der Stein, fliegt er tangential zu seiner Bahn davon. Welcher „Faden“ hielt die Planeten?

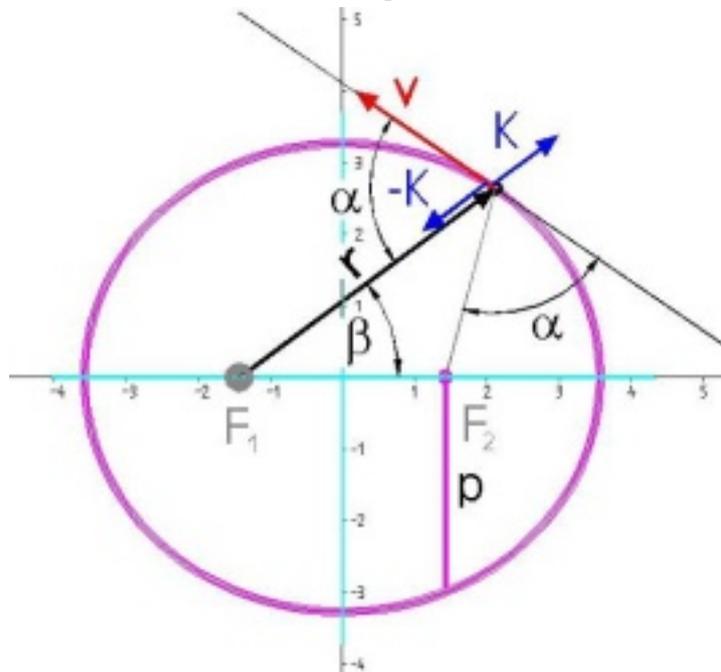
Sir Isaac Newton⁶ erkannte, dass sich Massen anziehen und konnte mit dem von ihm gefundenen Gravitationsgesetz die Planetenbahnen erklären. Er konnte sich für seine Arbeiten die am 8. Juni 1637 von René Descartes⁷ veröffentlichte Analytische Geometrie zunutze machen. Mit diesem Instrumentarium konnte man Vektoren nicht nur geometrisch sondern auch algebraisch behandeln. War vorher für Jahrhunderte ein Vektor eine

⁵1546 - 1601

⁶1642 - 1727

⁷1596 - 1650

Abbildung 0.2: Eine Planetenbahn



Größe mit Betrag und Richtung gewesen, die man geometrisch manipulieren musste, konnte man ihn jetzt auch algebraisch behandeln.

0.3 Skalare und Vektoren

In der Natur auftretende Größen unterscheidet man in Skalare und Vektoren. Skalare sind Größen wie Masse, Temperatur, Arbeit etc., die man auf einer Zahlenleiter, einer Skala⁸ ablesen kann. Größen wie Kraft, Beschleunigung, Geschwindigkeit benötigen zu ihrer eindeutigen Bestimmung ausser der Masszahl noch eine Angabe ihrer Wirkungsrichtung. Algebraisch gelingt das durch drei Zahlen, ein Zahlentripel (x, y, z) , in welchem sich sowohl die Masszahl als auch die Richtung verbergen.

In Abb. 0.2 ist angedeutet, wie die Zentrifugalkraft \mathbf{K} , die auf den Planeten wirkt, durch die Sonnenanziehung, die Zentripetalkraft $-\mathbf{K}$, jederzeit kompensiert wird, sodass er nicht ins Weltall entschwinden kann. Der Geschwindigkeitsvektor \mathbf{v} ändert ebenfalls stetig nicht nur seine Richtung sondern auch seine Länge, die den Speed ausdrückt. Bei der Betrachtung von Abb. 0.2, kann man ihn, mit etwas Phantasie, regelrecht rauschen hören!

In den folgenden Kapiteln soll das chamäleonhafte Wesen der Vektoren und das Rechnen mit ihnen auf informelle Weise nähergebracht werden. Immerhin ist die Methode auch schon seit fast 400 Jahren bekannt.

⁸scalae (lat.) die Leiter

0.4 Vektorrechnung im Raum

Diese wöchentlichen Beiträge über Vektoren, anlässlich der Entsendung der Kepler-Sonde durch die NASA, wollen mit der Vektorrechnung vertraut machen. Sie sind für alle geeignet, die sich für die Materie interessieren, sei es um etwas Neues zu lernen oder beruflich davon zu profitieren. Sowohl für Studenten, die neben dem rigorosen Theoriegerippe aus der Vorlesung auch etwas Fleisch suchen, als auch für Rentner, die neben Kreuzworträtsel und Sudoku noch weitere Gehirntrainigseinheiten brauchen. Der Mensch braucht Bewegung und Abenteuer im Kopf!

Basiswissen wird in den Wochen sechs und sieben nachgereicht.

Ein Vektor wird durch drei reelle Zahlen dargestellt, seine drei Komponenten. In einem kartesischen Koordinatensystem z. B. durch die senkrechten Projektionen auf die 3 Achsen. Ein physikalischer Vektor, z.B. eine Kraft, ist unabhängig von der Wahl des Koordinatensystems.

Die Menge aller invarianten Größen bei einer Koordinatentransformation nennt man Tensor. Allgemein gilt in einem n -dimensionalen Vektorraum: ein Tensor 0-ter Stufe hat $n^0 = 1$ Komponenten (Skalar), ein Tensor 1-ter Stufe hat n^1 Komponenten (Vektor), ein Tensor 2-ter Stufe hat n^2 Komponenten, ...

Will man mit der Vektorrechnung vertraut werden, muss man sich eine neue Haut zulegen und die alte abstreifen, wie eine Schlange, der die alte Haut zu klein geworden ist.

Selbst Mathematikstudenten nach dem ersten Jahr, die abstrakte Vektorräume aus der *Linearen Algebra* kennen, haben ihre Schwierigkeiten, wenn es um das konkrete Rechnen mit „physikalischen“ Vektoren geht.

Für den Anfänger erschwerend ist das hybride Wesen der Vektoren und die verschiedenen Schreibweisen. (Mit Studenten, Anfänger, ... meine ich selbstverständlich auch immer Studentinnen, Anfängerinnen, ... die hybride Schreibweise VektorInnen gefällt mir nicht. Mit Vektor soll aber nie eine Vektorin gemeint sein).

Wir beginnen einfach einmal. Auch wenn vieles neu erscheinen mag, sollt nicht gleich die Flinte ins Korn werfen. Man darf sich nicht blöd vorkommen, wenn man nicht gleich alles versteht. Besser ist es auch, sich nur jeweils kleine Happen vorzunehmen. Nach dem Motto: „A vector a day, keeps the doctor away!“